EXERCICE N°2 : CONTROLE 35' 4,5 points

1°) On considère la fonction f définie sur $[0,2]$ par : $f(x)=\sqrt{\frac{3}{4}x^2+1}$.

a) Vérifier que pour $x\in[0,2]$, $f'(x)=\frac{3}{4}\frac{x}{\sqrt{\frac{3}{4}x^2+1}}$.

b) Montrer que pour tout $x\in[0,2]$, $x\le\sqrt{\frac{3}{4}x^2+1}$.

c) En déduire que pour tout $x\in[0,2]$, $0\le f'(x)\le\frac{3}{4}$.

d) Montrer que pour tout $x\in[0,2]$, $0\le 2-f(x)\le\frac{3}{4}(2-x)$.

2°) Soit (u_n) la suite réelle définie sur IN par : $\begin{cases}u_0=1\\u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$.

a) Montrer que pour tout $n\in IN$, $0<u_n<2$.

b) Montrer que pour tout $n\in IN$, $0\le 2-u_{n+1}\le\frac{3}{4}(2-u_n)$.

c) Montrer que pour tout $n\in IN$, $0\le 2-u_{n+1}\le\left(\frac{3}{4}\right)^n$.

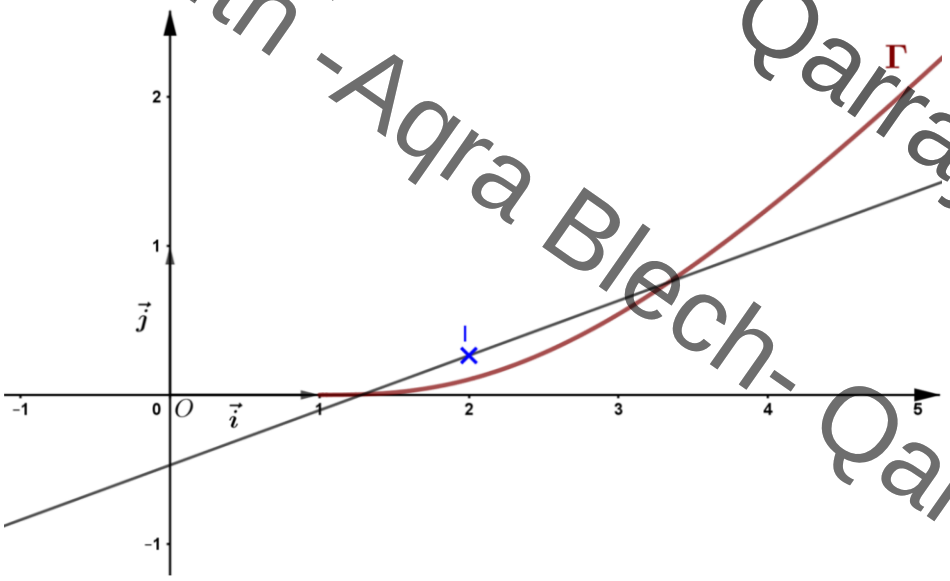
d) Calculer alors la limite de la suite (u_n).

3°) On considère la suite (S_n) définie sur IN^* par $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_{n+1}$.

Montrer que pour tout $n\in IN^*$; $2n-4\left(1-\left(\frac{3}{4}\right)^n\right)\le S_n\le 2n$ et calculer $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{S_n}{n}$.

EXERCICE N°3 : CONTROLE 50' 6,5 points

Dans la figure ci-dessous, on a construit dans le repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe représentative (Γ) de la fonction h définie sur $[1,+\infty[$ par : $h(x)=x-3+(x+1)e^{1-x}$ et la droite D d'équation $y=\frac{1}{e}x+1-\frac{4}{e}$ et on a placé aussi le point $I(2;1-2e^{-1})$.



Qarray.tn Aqra Blech- Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn